

LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

Grecia Gálvez

Nuestro trabajo se inscribe en una perspectiva teórica que propone el desarrollo de una rama del conocimiento relativamente autónoma, designada como Didáctica de las matemáticas. Esta propuesta tuvo su origen a raíz de la actividad desplegada, básicamente por matemáticos, en los Institutos de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM) creados en Francia luego de la reforma educativa de fines de los 60, con la que se impuso la enseñanza de la “Matemática Moderna”. Inicialmente, los IREM se dedicaron a complementar la formación matemática de los maestros, incidiendo tanto en el reciclaje de los maestros en servicio como en los programas y la preparación de nuevo maestros, en las escuelas normales. Otro ámbito importante de su actividad fue la producción de materiales de apoyo para el trabajo de los maestros en el aula: textos de matemáticas, fichas de trabajo para los alumnos, juegos y juguetes didácticos, colecciones de problemas y de ejercicios, secuencia de lecciones, etc.

La reproducción de estos materiales solía acompañarse de una experimentación rudimentaria, concebida como prueba de su factibilidad y como antecedente para introducir ajustes mínimos antes de proceder a su difusión dentro del sistema educativo, urgentemente requerida. La práctica descrita más arriba han sido rotulada como “innovación”, término que genera peligrosa confusiones, como lo advierte Chevallard (1982), con los procesos de socialización de adquisiciones científicas y técnicas que tienen lugar en otros campo de la actividad humana.

En educación, cualquier transformación de las normas vigentes puede ser catalogada como “innovación”, aun cuando su único aval sea el prestigio social de quien la propone. Chevallard atribuye este fenómeno a la ausencia de una historia en el dominio educativo, de un tiempo endógeno que permita constituir en progresión la simple sucesión cronológica de los hechos, lo que equivale a mencionar la ausencia de una tradición en la elaboración científica de la problemática. A partir de la reflexión sobre la validez de las acciones desarrolladas, en los propios IREM fue surgiendo otra clase de actividades, destinadas ya no a la producción de medios de actuar sobre la enseñanza, sino a la producción de conocimientos para controlar y producir tales acciones sobre la enseñanza. Se plantea, en otros términos, la investigación científica de los procesos que tienen lugar en el dominio de la enseñanza escolar de las matemáticas.

Uno de los investigadores que han liderado tanto la promoción como el desarrollo de este proyecto ha ido Guy Brousseau, profesor e investigador del IREM de Burdeos: Brousseau propone el estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos; el control de estas condiciones permitirá reproducir y optimizar los procesos de adquisición escolar de conocimientos. Se parte de la base de que el conocimiento de los fenómenos relativos a la enseñanza de las matemáticas no es un resultado de la simple fusión de conocimientos provenientes de dominios independientes, como son las matemáticas, la psicología y la pedagogía, sino que requiere de investigaciones específicas. Jean Brun (1980) plantea que la idea de aplicar modelos generales de los procesos de aprendizaje o del desarrollo intelectual para organizar ya sea la adquisición de conocimientos matemáticos o la de cualesquiera otros contenidos escolares, indistintamente, conlleva un aislamiento de los modelos psicológicos de la realidad a partir de la cual fueron construidos. Se los traspone a otra realidad, como si fuesen entidades autónomas, asignándole un funcionamiento ideológico y no científico. En otro texto, el mismo Brun (1981) previniendo sobre la aplicación deductiva de una teoría psicológica a la educación, afirma:

No se trata de una mera precaución, sino que es el centro del problema, dado que la enseñanza de las matemáticas se ha mostrado particularmente sensible a la confusión de niveles, a menudo provocada por una concepción estructural en la que las matemáticas y la psicología aparecen mezcladas.

Por otra parte, la investigación de los fenómenos relativos a la enseñanza de las matemáticas tampoco puede reducirse a la observación y análisis de los procesos que tienen lugar cotidianamente en las aulas, puesto que su objetivo es la determinación de las condiciones en las que se produce la apropiación del saber por los alumnos, y para esto necesita ejercer un cierto grado de control sobre ellas, lo que implica que el investigador debe participar en la producción (o diseño) de las situaciones didácticas que analiza. De ahí la necesidad de constituir montajes experimentales o, en la terminología de Chevallard (1982), de desarrollar una “ingeniería didáctica” subordinada a la investigación, en Didáctica de las Matemáticas.

El control de nuestro conocimiento del fenómeno pasa por el proyecto de su producción, y esta producción compromete nuestra teoría del fenómeno en una técnica de su producción.

El objeto de estudio de la Didáctica de Matemáticas es la situación didáctica, definida por Brousseau (1982) como:

Un conjunto de relaciones explícitas y/o implícitas entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.

Estas relaciones se establecen a través de una negociación entre maestros y alumnos cuyo resultado ha sido designado como contrato didáctico. Este contrato, con componentes explícitos e implícitos, define las reglas de funcionamiento dentro de la situación: distribución de responsabilidades, asignación de plazos temporales a diferentes actividades, permiso o prohibición del uso de determinados recursos de acción, etc.

La presencia de un contexto escolar no es esencial en la definición de una situación didáctica; lo que si es esencial es su carácter intencional, el haber sido construida con el propósito explícito de que alguien aprenda algo. El objetivo fundamental de la Didáctica de las Matemáticas es averiguar cómo funcionan las situaciones didácticas, es decir, cuáles de las características de cada situación resultan determinantes para la evolución del comportamiento de los alumnos y, subsecuentemente, de sus conocimientos. Esto no significa que sólo interese analizar las situaciones didácticas exitosas. Incluso si una situación didáctica fracasa en su propio propósito de enseñar algo, su análisis puede constituir un aporte a la Didáctica, si permite identificar los aspectos de la situación que resultaron determinantes de su fracaso. Siendo las situaciones didácticas el objeto de estudio de la didáctica de las Matemáticas, ha sido necesario desarrollar una metodología para analizarlas.

Es frecuente que los investigadores que han llegado a la experimentación educativa con una formación previa en psicología diseñen situaciones didácticas, las pongan a prueba en una o varias aulas, y luego centren su interés en los comportamientos manifestados por los alumnos, dentro de la situación experimental. No intentan explicar estos comportamientos, o su evolución, en función de las características particulares de la situación en la que se produjeron. Ignoran si, variando algunas condiciones de la situación, volverían a aparecer los mismos comportamientos. Para Brousseau, en cambio, un momento fundamental de la investigación en didáctica lo constituye el análisis a priori de la situación.

El investigador en didáctica debe ser capaz de prever los efectos de la situación que ha elaborado, ante de ponerla a prueba en el aula; sólo posteriormente podrá contrastar sus previsiones con los comportamientos observados.

Para analizar las situaciones didácticas, Brousseau las modeliza, utilizando elementos de la teoría de los juegos y de la teoría de la información. Para una situación didáctica determinada se identifica un estado inicial y el conjunto de los diversos estados posibles, entre los que se encuentra el estado final que corresponde a la solución del problema involucrado en la situación. Se explicitan las reglas que permiten pasar de un estado a otro.

La situación es descrita, entonces, en términos de las decisiones que los jugadores (alumnos) pueden adoptar para llegar al estado final. Otro aspecto que facilita el análisis de las situaciones didácticas, es su clasificación. Brousseau distingue, entre las situaciones que él produce para su estudio experimental, cuatro tipos, cuya secuencia, en los procesos didácticos que organiza, es la siguiente:

1. Las situaciones de acción, en las que se genera una interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.
2. Las situaciones de formulación, cuyo objetivo es la comunicación de informaciones, entre alumnos. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.
3. Las situaciones de validación, en la que se trata de convencer a uno o a varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de lo que dicen es cierto; hay que explicar que, necesariamente, debe ser así.
4. Las situaciones de institucionalización, destinadas a establecer convenciones sociales. En estas situaciones se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y de validación.

Una parte importante del análisis de una situación didáctica, lo constituye la identificación de las variables didácticas y el estudio, tanto teórico como experimental, de sus efectos. Lo que interesa son los intervalos de valores de estas variables que resultan determinantes para la aparición del conocimiento que la situación didáctica pretende enseñar. Se trata de apreciar las condiciones de las que depende que sea éste el conocimiento que interviene y no otro. Entre las variables que intervienen en una situación hay algunas, denominadas variables de comando, que pueden ser manipuladas por el maestro para hacer evolucionar los comportamientos de los alumnos. Su identificación resulta particularmente importante. Artigue (1984) destaca el rol de la manipulación de variables en didáctica, en relación con el estudio del desarrollo psicológico del niño:

Para el especialista en didáctica, determinar cómo el uso de variables de comandos de la situación puede provocar, en la clase, cambios de estrategia, cómo se podría controlar en el seno de un proceso, por la manipulación de estos comandos, una génesis escolar del concepto, aparece como mucho más importante que tratar de precisar en sus menores detalles las etapas del desarrollo psicogenético.

El análisis de una situación didáctica pasa por su comparación con otras situaciones didácticas, obtenidas mediante transformaciones de la primera. Por ejemplo, el esfuerzo de modelización de una situación didáctica está subordinado al propósito de identificar los elementos que podrían variarse para lograr efectos didácticos diferentes de los que se obtendrían con la situación original. Se constituye así toda una familia de situaciones didácticas, relativas al conocimiento específico que se quiere enseñar, en la hipótesis de que cada una de ellas hará funcionar dicho conocimiento bajo una modalidad diferente. Se postula que entre estas situaciones existe una, a la que se designa como situación fundamental, que es capaz de engendrar a todas las demás, a través de la asignación de diversos rangos de variación o valores particulares a las variables que la caracterizan.

Una situación es fundamental, respecto del conocimiento que interesa enseñar, cuando es posible, mediante el juego de las variables presentes en ella, hacerla coincidir con cualquier situación en la cual intervenga ese conocimiento. Como ya ha sido señalado, la finalidad de la Didáctica de las Matemáticas es el conocimiento de los fenómenos y procesos relativos a la enseñanza de las matemáticas para controlarlos y, a través de este control, optimizar el aprendizaje de los alumnos. No se plantea, de ninguna manera, promover a priori un cierto tipo de pedagogía, por razones ideológica, sin el aval de los resultados experimentales correspondientes. Sin embargo, las situaciones didácticas diseñadas y sometidas a experimentación obedecen a ciertas características en función de los presupuestos epistemológicos subyacentes a su producción.

En efecto, se considera que todo conocimiento es una respuesta, una adaptación que la humanidad ha logrado ante situaciones que ha enfrentado o ante problemas que se ha planteado. Los conocimientos, que han surgido en contextos funcionales, como útiles o instrumentos para la adaptación, son transformados posteriormente con el propósito de relacionarlo con otros conocimientos, de conservarlos y de transmitirlos, adoptando la modalidad de objetos culturales. Un saber cultural que se encuentre desligado de su génesis, constituye un producto descontextualizado y despersonalizado.

Es a partir de esta modalidad que los conocimientos ingresan en los programas escolares. La forma como los sistemas educativos organizan la enseñanza de los temas incluidos en los programas escolares implica una determinada concepción de los procesos de adquisición de los conocimientos. Hasta la fecha ha predominado una concepción según la cual basta con descomponer un saber, en su modalidad cultural, en pequeños trocitos aislados, y luego organizar su ingestión por los alumnos, en periodos breves y bien delimitados, según secuencia determinadas sobre la base del análisis del propio saber. Esta manera de organizar la enseñanza no atribuye importancia al contexto específico (situación) donde los conocimientos son adquiridos, ni a su significación y valor funcional, durante su adquisición. Brousseau ha mostrado la importancia de la situación para la actualización y funcionalización de los conocimientos escolares. Por ejemplo, hay niños que, al inicio de la escuela primaria, saben contar hasta determinado número y que, sin embargo, son incapaces de utilizar este conocimiento para constituir una colección de objetos equipotente a una colección dada, bajo una consigna del tipo: “ve al fondo del salón a buscar la tapas que hagan falta para tapar todas estas botellas” (de Villegas, 1983).

Estos niños saben asignar un término de una serie ordenada a cada objeto de una colección, sin repetir ni omitir ninguno: poseen un saber cultural del cómputo numérico. No obstante, no han aprendido a utilizar este saber como medio para controlar una situación o para resolver un problema (no lo han funcionalizado). Brousseau plantea que es preciso diseñar situaciones didácticas que hagan funcionar el saber, a partir de los saberes definidos culturalmente en los programas escolares. Este planteamiento se apoya en la tesis de que el sujeto que aprende necesita construir por sí mismo sus conocimientos mediante un proceso adaptativo (Piaget, 1975) similar al que realizaron los productores originales de los conocimiento que se quiere enseñar.

Se trata, entonces, de producir una génesis artificial de los conocimientos, de que los alumnos aprendan haciendo funcionar el saber, o más bien, de que el saber aparezca, para el alumno, como un medio de seleccionar, anticipar, ejecutar y controlar las estrategias que aplica a la resolución del problema planteado por la situación didáctica.

Peres (1982) caracteriza esta génesis artificial de la siguiente manera:

El camino que hemos seguido consiste en construir un proceso de aprendizaje en que el conocimiento no es ni directa ni indirectamente enseñado por el maestro, sino que debe aparecer progresivamente en el niño a partir de múltiples condicionantes estructurales: es el resultado de confrontaciones con cierto tipo de obstáculos encontrados durante la actividad. Son las múltiples interacciones en el seno de la situación las que deben provocar las modificaciones en el alumno y favorecer la aparición de los conceptos deseados... Si el conocimiento que se quiere que los alumnos aprendan debe aparecer en la exacta medida en que llega a ser un instrumento necesario para adaptarse a una situación problemática (las estrategias utilizadas espontáneamente se revelan ineficaces), todo el esfuerzo del análisis en didáctica debe concentrarse en esta situación.

El énfasis en la interacción sujeto–situación corresponde a una primera etapa de los trabajos realizados o dirigidos por Brousseau, a la experimentación de situaciones cuasiasladas, en la que los alumnos se enfrentan a una situación problemática mientras que el maestro prácticamente no interviene.

Las características principales de estas situaciones son:

- ♦ Los alumnos se responsabilizan de la organización de su actividad para tratar de resolver el problema propuesto, es decir, formulan proyectos personales.
- ♦ La actividad de los alumnos está orientada hacia la obtención de un resultado preciso, previamente explicitado y que puede ser identificado fácilmente por los propios alumnos. Los alumnos deben anticipar y luego verificar los resultados de su actividad.

- ♦ La resolución del problema planteado implica la toma de múltiples decisiones por parte de los alumnos, y la posibilidad de conocer directamente las consecuencias de sus decisiones a fin de modificarlas, para adecuarlas al logro del objetivo perseguido. Es decir, se permite que los alumnos intenten resolver el problema varias veces.
- ♦ Los alumnos pueden recurrir a diferente estrategia para resolver el problema planteado, estrategias que corresponden a diversos puntos de vista sobre el problema. Es indispensable que, en el momento de plantear el problema, los alumnos dispongan al menos de una estrategia (estrategia de base) para que puedan comprender la consigna y comenzar su actividad de búsqueda de la solución.
- ♦ La manipulación de las variables de comando permite modificar la situaciones didácticas bloqueando el uso de algunas estrategias y generando condiciones para la aparición y estabilización de otras (subyacentes al conocimiento que se quiere enseñar).

Los alumnos establecen relaciones sociales diversas: comunicaciones, debates o negociaciones con otros alumnos y con el maestro, etc. En síntesis, se trata de enfrentar a los alumnos a una situación que evolucione de tal manera que el conocimiento que se quiere que aprendan sea el único medio eficaz para controlar dicha situación. La situación proporciona la significación del conocimiento para el alumno, en la medida en que lo convierte en un instrumento de control de los resultados de su actividad.

El alumno construye, así un conocimiento contextualizado, a diferencia de la secuenciación escolar habitual, donde la búsqueda de aplicaciones de los conocimientos sucede a su presentación, descontextualizada. Pensamos que la breve caracterización que hemos hecho de las situaciones didácticas cuasiisladas es suficiente para dar una idea de su complejidad. Este tipo de situaciones no se encuentra frecuentemente al observar clases organizadas de una manera tradicional, en las que el maestro provoca, recibe, corrige e interpreta todas las repuestas significativas de cada uno de sus alumnos. Se justifica, pues, el trabajo del investigador en didáctica, de producción e implementación experimental de las situaciones didácticas que necesita estudiar.

Una consecuencia directa de lo anterior es la dificultad para proponer a los maestros las situaciones utilizadas en la experimentación didáctica. La identificación y reproducción de una situación didáctica específica, diferenciándola de otros miembros de su misma familia, requiere de un alto grado de comprensión de las condiciones variables que ejercen influencia sobre el saber producido. La gestión de estas situaciones, por parte del maestro que conduce las clases experimentales, es difícil en la medida en que implica el abandono de prácticas fuertemente arraigadas en su quehacer cotidiano. Se ha observado, por ejemplo, que cuando el maestro conduce una misma situación didáctica durante varios años sucesivos, su gestión empeora debido a que realiza cambios sutiles en la situación para reproducir la historia de los comportamientos de los alumnos, obstaculizando así el curso natural de los procesos intelectuales subyacentes a estos comportamientos.

Este fenómeno ha ido descrito con el término “obsolescencia”. Últimamente se ha probado el recurrir a una microcomputadora para presentar una situación didáctica a los alumnos, con el propósito de facilitar la reproductividad de la situación. Un comentario que nos parece conveniente hacer se refiere a la difusión de los resultados de la Didáctica de las Matemáticas entre los maestros. Puesto que el estudio de las situaciones didácticas tiene por finalidad conocer y controlar los fenómenos relativos a la enseñanza de las matemáticas, es la comunicación de sus resultados lo que permitirá al maestro de base una mayor comprensión de su práctica laboral y un incremento de su control. Sin embargo, es un hecho que la difusión pasa también por el intento de repetir las situaciones didácticas que han sido construidas con fines experimentales. Cabe aquí aludir a la distinción entre la experimentación de laboratorio, en física, y la innovación de los procesos productivos, en la industria. Nadie osaría criticar, en la actualidad, un diseño experimental realizado en un laboratorio, argumentando que eso no se puede llevar a la práctica en la industria.

En cambio, es frecuente pensar que todo lo que se hace en un salón de clases con carácter experimental debe poder repetirse en un “aula cualquiera”. Nuestro punto de vista al respecto es impulsar la réplica de las situaciones “broussonianas” en condiciones lo más controladas posibles y utilizarlas como modelo para fomentar la reflexión de los maestros sobre las condiciones que influyen en el aprendizaje de los alumnos. Evidentemente, estas situaciones coexistirán, durante un largo tiempo con otras, organizadas de una manera tradicional, que posibilitarán el cumplimiento de programas y normas instituidas oficialmente en el sistema educativo, independientemente de los juicios sobre su eficacia que podamos emitir, desde una perspectiva técnica.